

Unghi, în latină, *anglus*, înseamnă figură formată de două semidrepte (numite **laturi**) care pornesc din același punct (numit **vârful** unghiului).

Noțiunea de unghi a fost introdusă de babiloneni și chinezi cu circa 4000 de ani î.Hr. Notăția unghiului prin semnul $\angle$ a fost introdusă de S. Word (1654), iar cea prin semnul $^{\circ}$ plasat deasupra literei ce denumește vârful unghiului, sau deasupra literelor atașate laturilor (cu litera comună vârfului la mijloc), a fost propusă de L. Carnot (1803).

După mărime, unghiurile au fost clasificate în antichitate în:

- unghi ascuțit**, (lat. *excotis*), unghi mai mic decât unghiul drept.
- unghi drept**, (lat. *directus*), unghi cu laturile perpendiculare.
- unghi obtuz**, (lat. *obtusus* = tocit), unghi mai mare decât un unghi drept și mai mic decât două unghiuri drepte.

Unghiul

Multe din construcțiile prezente aici le-ați regăsit și în alte capitole... de aceea mi-am permis un alt mod de explicare a lor. Veți descoperi singuri cum trebuie citite și deslușite imaginile explicative

În geometrie se lucrează și cu alte tipuri de unghiuri din care aș enumera:

- Unghiuri complementare**, (lat. *complementum* - care completează), unghiuri a căror sumă este egală cu un unghi drept
- Unghiuri suplementare**, (lat. *supplementum* - care se adaugă), unghiuri a căror sumă este egală cu două unghiuri drepte
- Unghiuri adiacente**, (lat. *adiacens-tis* - învecinat), două unghiuri care au același vârf, o latură comună și sunt situate de o parte și de cealaltă a laturii comune.
- Unghiuri alterne**, (lat. *alternus* - de o parte și de alta), **externe**: respectiv **interne**: fiecare dintre perechile de unghiuri formate în exteriorul, respectiv interiorul regiunii determinate de două drepte ce sunt tăiate de o secantă, de o parte și de alta a secantei

Construcția unui unghi

În cele ce urmează veți afla cum se construiește un unghi indiferent de numărul de grade cerut (fără raportor!). Această construcție se referă la un unghi mai mic de 30° .

Pentru orice unghi mai mare de 30° se face suma unui unghi ușor de construit ($30^\circ, 45^\circ, 60^\circ \dots$ etc) și unghiul diferență mai mic de 30° până la unghiul dorit.

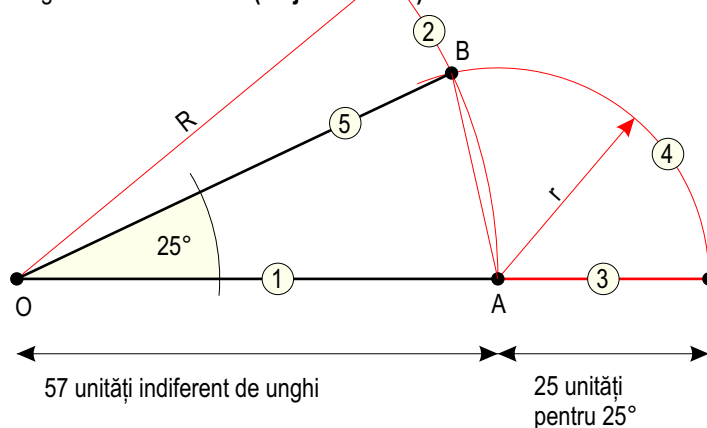
De exemplu, pentru unghiul de 58° se folosește unghiul de 45° la care se adaugă unghiul de 13° a cărui construcție va fi dezvoltată în continuare.

Alte exemple:

$$\begin{aligned} 37^\circ &= 30^\circ + 7^\circ \\ 54^\circ &= 45^\circ + 9^\circ \\ 74^\circ &= 60^\circ + 14^\circ \\ 101^\circ &= 90^\circ + 11^\circ \\ 137^\circ &= 120^\circ + 17^\circ \end{aligned}$$

Construcția unui unghi mai mic de 30°

Construcția unui unghi mai mic de 30° se bazează pe următoarea observație: până la 30° , lungimea corzii este aproximativ proporțională cu unghiul; de asemenea, coarda de 1° este aproximativ egală cu $1/57$ din rază; deci pentru $n < 30^\circ$, coarda este $n/57$ din rază; dacă $R=57$, coarda este n ... Probabil că nu ați înțeles nimic... urmăriți construcția care e deosebit de simplă. ...rezultă următoarea construcție, pentru $n=25^\circ$ de exemplu: trasați arcele $O(R)$ și $A(r)$, unde $R=OA=57$ iar $r=AB=25$; unghiul AOB va fi de 25° (**vrajitorie mare!**)



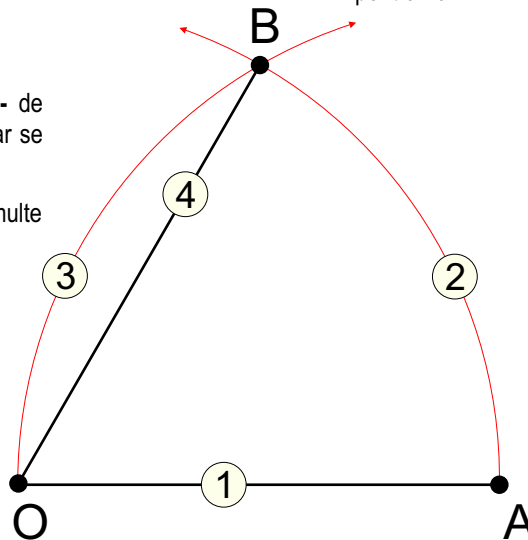
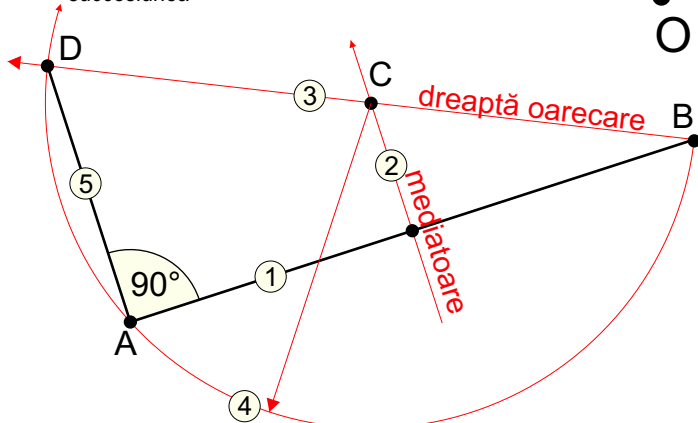
Construcția unghiurilor comune

Construcția unghiurilor comune ($30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 45^\circ$) - de obicei aceste unghiuri se construiesc cu echerile din dotare...dar se poate și altfel:

60° Se trasează $O(OA)$ și $A(AO)$; se unește O cu B (una din cele multe metode)

30° Se trasează bisectoarea unghiului de 60°

90° În punctul A al segmentului AB să se construiască un unghi drept...se folosește înscrierea unghiului drept într-un semicerc...urmăriți succesiunea



45° Se trasează bisectoarea unghiului de 90°

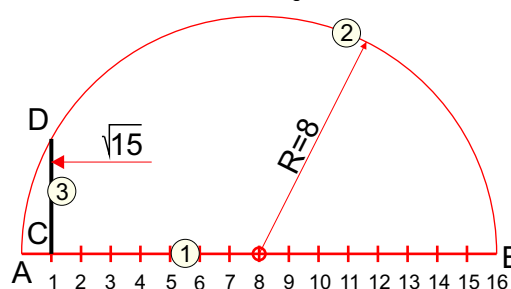
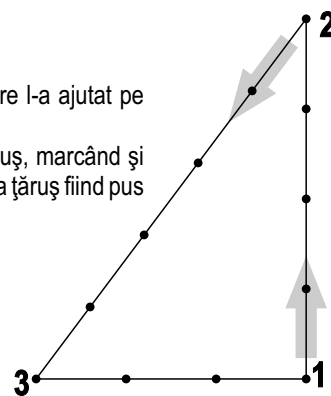
Funia ...și nu e vorba de
casa spânzuratului!

Una dintre marile descoperiri ale omului primitiv a fost funia cu 12 noduri, care l-a ajutat pe acesta să construiască un unghi drept.

Pe această funie, se aflau 12 noduri echidistante; capetele erau prinse în primul țărș, marcând și vârful unghiului drept și apoi se întindea funia în direcția uneia dintre laturile lui, al doilea țărș fiind pus la patru; urma fixarea țărșului trei în nodul 5.

Egiptenii care aveau aceasta îndeletnicire, au fost numiți de greci **harpedonapti**, adică **întinzători de funie**, care se găseau și în alte țări ca Babilon, India, China, ș.a.

În unul dintre cele mai vechi manuscrise intitulat **Regulile funiei - Sulva sutra** redactat prin sec. VIII, sunt date regulile de construire a unghiului drept cu ajutorul funiei cu noduri, pentru triunghiuri dreptunghice având ca laturi următoarele lungimi: **3-4-5** numit și **triunghiul egiptean perfect**, **12-16-20**, **15-20-25**, **5-12-13**, **13-36-39**, etc. Egiptenii știau că unghiul drept se află pe cercul care are ipotenuza diametru, deci cunoșteau teorema: **orice unghi drept se poate înscrie într-un semicerc** teoremă atribuită azi lui Thales.



...da Vinci

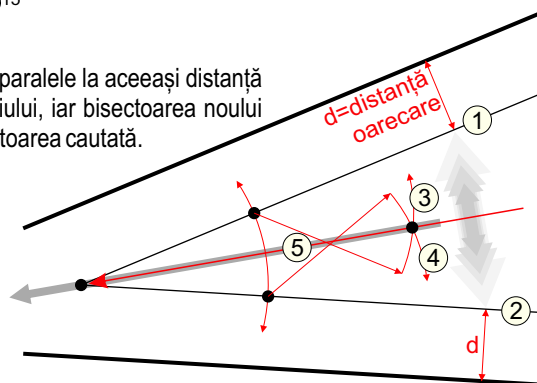
Leonardo da Vinci a dedus din această teoremă, o metodă geometrică de a extrage rădăcina pătrată dintr-un număr. De exemplu pentru a afla rădăcina pătrată din $n=15$, se construiește un semicerc cu diametrul $AB=n+1=15+1=16$ unități. Lungimea perpendiculare în C și mărginită de arc în D, este $\sqrt{15}$.

Bisectoarea unghiului

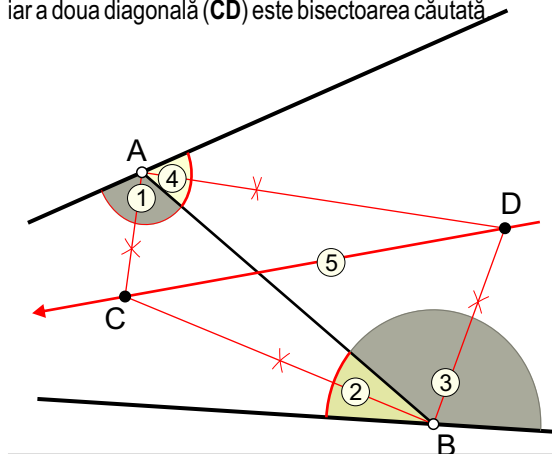
Bisectoarea unui unghi a fost dezvoltată și în alte capitole... Un caz particular și interesant este trasarea bisectoarei când vârful unghiului este inaccesibil (în afara desenului).

... Iată trei metode...din probabil mult mai multe...

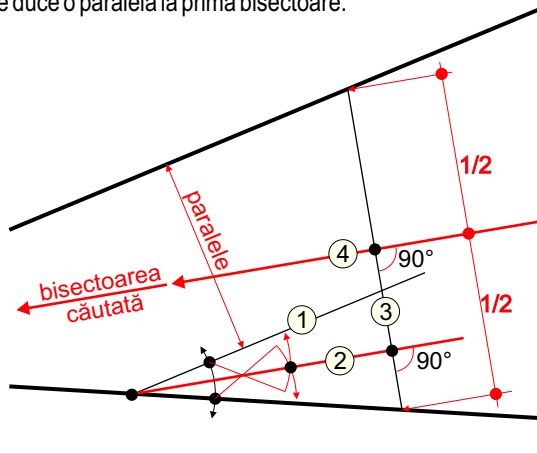
1- Se duc două paralele la aceeași distanță de laturile unghiului, iar bisectoarea noului unghi este bisectoarea căutată.



3- A treia metodă, (dar nu ultima), de a construi bisectoarea unui unghi inaccesibil este următoarea: se aleg pe laturile unghiului două puncte (A și B) oarecare și se unesc. Se construiesc apoi cele patru bisectoare ale unghiurilor formate de AB cu laturile unghiului și se determină în final un patrulater în care o diagonală este AB iar a doua diagonală (CD) este bisectoarea căutată.

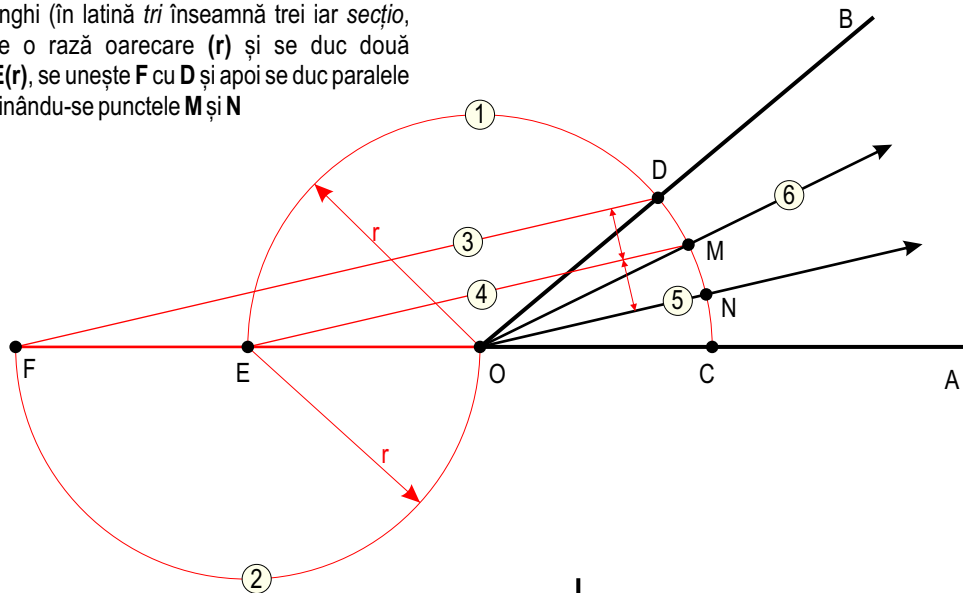


2- O a doua metodă ar fi să ducem o paralelă la o latură a unghiului printr-un punct al celei de a doua laturi, să ducem apoi bisectoarea unghiului asemenea obținut iar în final, la jumătatea unei înălțimi oarecare dusă pe aceasta bisectoare (pe segmentul cuprins între laturile unghiului), se duce o paralelă la prima bisectoare.



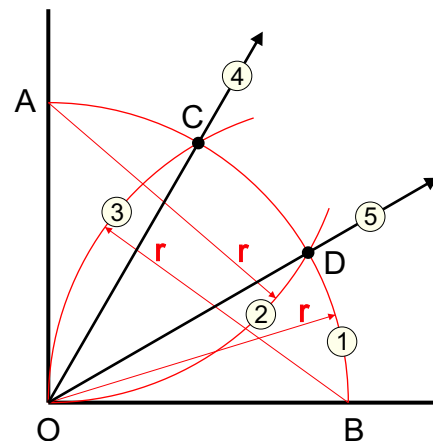
Trisecțiunea unui unghi

Trisecțiunea unui unghi (în latină *tri* înseamnă trei iar *secțiō*, secțiune) Se alege o rază oarecare (r) și se duc două semicercuri $O(r)$ și $E(r)$, se unește F cu D și apoi se duc paralele prin E și O la FD , obținându-se punctele M și N



Împărțirea în trei părți egale a unui unghi drept

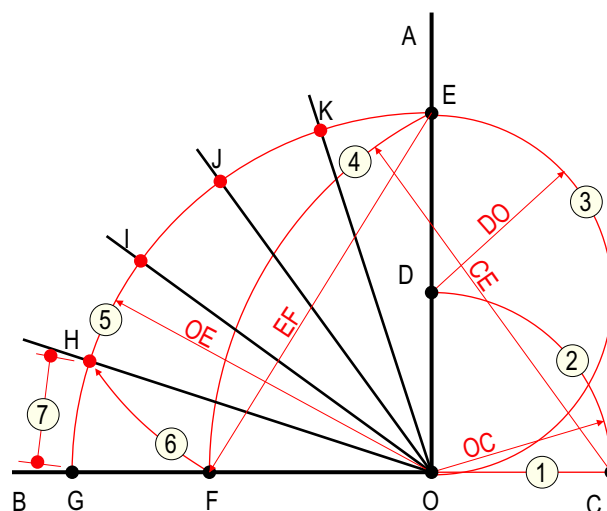
Împărțirea în trei părți egale a unui unghi drept - Se alege o rază (r) oarecare și se trasează arcele de cerc $O(r)$, $A(r)$, $B(r)$; Intersecțiile lor determină punctele C și D căutate

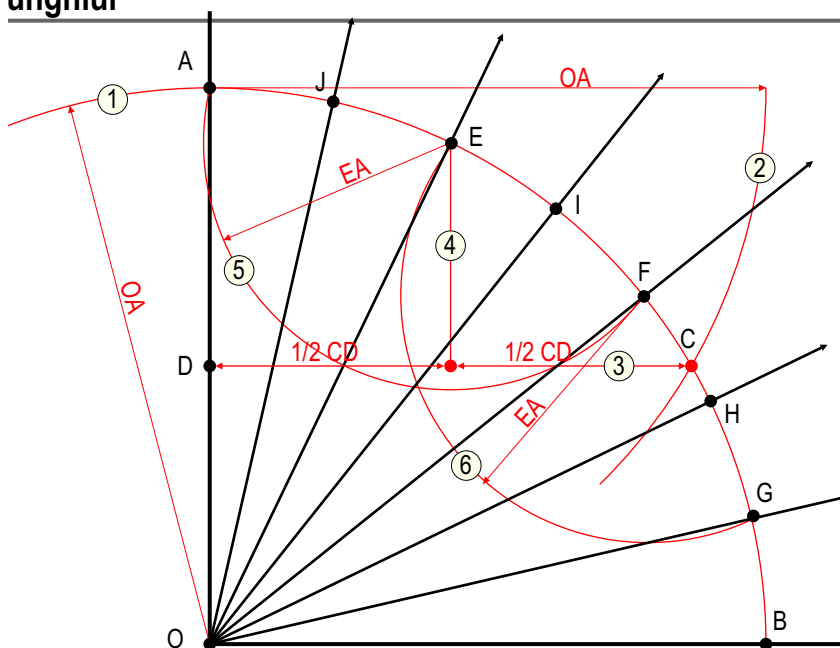


Împărțirea în cinci părți egale a unui unghi drept

Împărțirea în cinci părți egale a unui unghi drept - Se alege un punct oarecare C pe prelungirea OB și se duc în ordine arcele $O(OC)$, $D(DO)$, $C(CE)$, $O(OE)$, $E(EF)$; GH este $1/5$ din arcul GE

coarda GH se poartă cu compasul pe circumferința GE obținând astfel celelalte diviziuni (I, J, K)





Împărțirea în șapte părți egale a unui unghi drept

Împărțirea în șapte părți egale a unui unghi drept - Se alege un punct oarecare **A** pe o latură și se duc arcele **O(AO)** și **A(OA)**; din **C** se duce **CD** și mediatoarea ei determină pe arcul **AB**, punctul **E**. Se construiesc arcele **E(EA)** și **F(EA)** determinându-se punctul **G**

BG, care este $\frac{1}{7}$ din arcul **AB** se poartă cu compasul pe **AB** și se determină punctele care lipsesc: **H, I, J**.

În final se duc dreptele din **O** spre punctele **J, E, I, F, H, G**,

Împărțirea unghiului AOB de 180° în n părți egale

Împărțirea unghiului AOB oarecare în n părți egale - Indiferent dacă e ascuțit sau obtuz construcția este aceeași. În exemplu am luat $n=3$. Se construiesc arcele **O(AO)**, **A(AC)**, **C(AC)**, se obține punctul **D** și se urmărește succesiunea...4,5,6,...

$n=2$

nu e o problemă, se construiește perpendiculara în **O**

$n=3$

se construiesc arcele **O(AO)**, **A(AO)**, **B(AO)** unde **AO** este luat la alegere

$n=5$

se construiește arcul **O(AO)**, perpendiculara **OC** se împarte în două și **D** se unește cu **A** și **B** apoi se urmărește succesiunea 5, 6, 7...

$n=7$

se construiesc arcele **O(AO)**, **A(AO)**, **B(AO)** unde **AO** este luat la alegere; se coboară în **D** perpendiculara din **C** pe **AB** și se duce mediatoarea **GF**; **AF** este $\frac{1}{7}$ din arcul **AB**; se urmărește succesiunea operațiilor 1,2,3...

