

Loc geometric

Noțiunea de loc geometric este esențială în geometrie în general și în domeniul construcțiilor geometrice în special. Străduiți-vă să înțelegeți nu să învățați pe dinafară o construcție sau alta

Se numește loc geometric figura formată din mulțimea tuturor punctelor din plan (sau din spațiu) care se bucură de o aceeași proprietate.

Locurile geometrice se definesc:

- printr-o relație metrică ce caracterizează toate punctele locului geometric;
- prin intersecția a două familii de curbe (sau de suprafețe în spațiu) care depind de un parametru și ale căror puncte comune aparțin locului geometric.

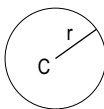
Sigur că nu ați înțeles nimic...dar pe măsură ce desenele se vor derula definiția de mai sus va căpăta sens... cu condiția să desenați pe măsură ce parcurgeți următoarele pagini... simpla vizionare este inutilă,,

...altfel spus un loc geometric înseamnă o mulțime de puncte care au aceeași proprietate

Construcții Plane

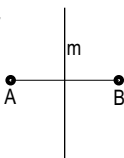
Iată câteva exemple de locuri geometrice...plane

Locul geometric al tuturor punctelor situate la o distanță dată de un punct dat este un cerc cu centrul în punctul C dat și de rază r egală cu distanța dată.



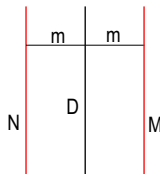
(proprietatea comună a tuturor punctelor de pe cerc este că sunt la aceeași distanță de un punct fix.)

Locul geometric al tuturor punctelor egal depărtate de două puncte date A și B este mediatoarea segmentului m care unește cele două puncte.

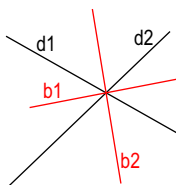


(proprietatea comună a tuturor punctelor de pe m este că sunt la aceeași distanță de capetele segmentului)

Locul geometric al tuturor punctelor situate la o distanță dată de o dreaptă dată D se compune din două drepte paralele N și M cu dreapta dată și aflate la distanța dată m de dreapta dată.



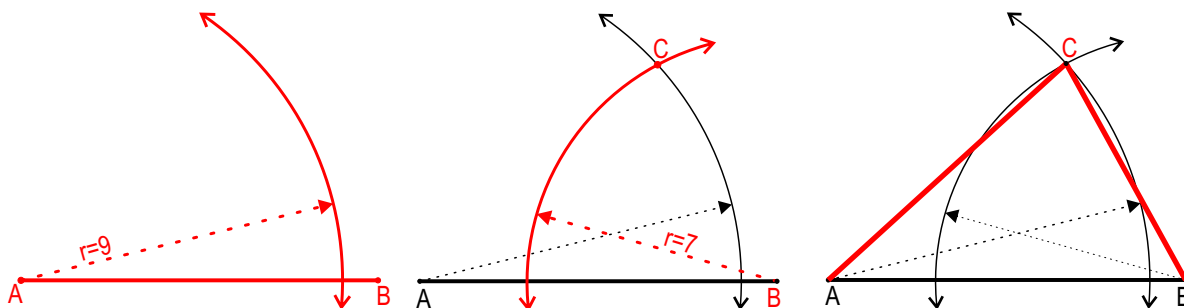
Locul geometric al tuturor punctelor situate la distanță egală de două drepte date $d1$ și $d2$ îl constituie cele două bisectoare $b1$ și $b2$ (perpendiculare una pe cealaltă) ale unghiurilor dintre cele două drepte date.



Construcția unui triunghi când cunoaștem laturile

Să se deseneze un triunghi care are laturile de 10, 7, respectiv 9 cm

Este o problema în care folosim intersecția a două locuri geometrice:



1- Desenăm segmentul **AB** de 10cm... apoi cu compasul în A și raza de 9cm ducem un arc de cerc (**de fapt am construit locul geometric al tuturor punctelor care se afla la 9 cm de A**)

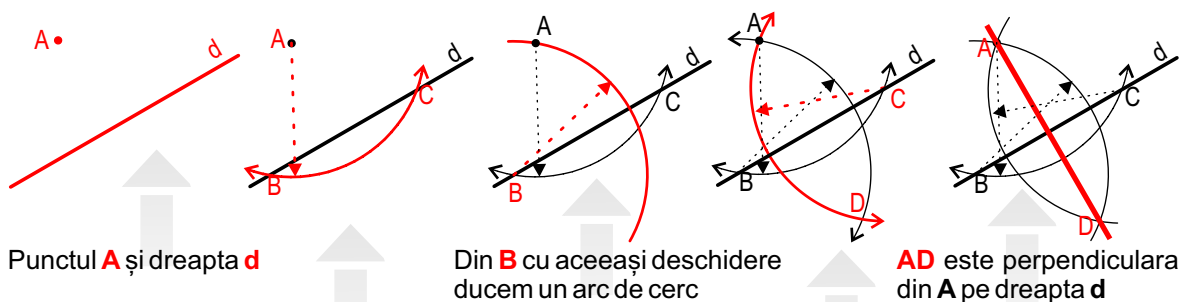
2- Cu compasul în **B** și raza de 7cm ducem un alt arc de cerc (**de fapt am construit al doilea loc geometric al tuturor punctelor care se afla la 7 cm de B**)

Intersecția celor două arce este punctul **C**... el se află la 7cm de un capăt al segmentului de 10cm și la 9cm de celălalt capăt

Unim C cu A și C cu B ... pentru a contura triunghiul ABC cu laturile de 10, 7, și 9 cm

Perpendiculara dintr-un punct pe o dreaptă

Din punctul **A** ne propunem să coborâm o perpendiculară pe dreapta **d**



Punctul **A** și dreapta **d**

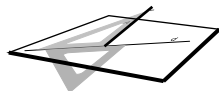
Din **B** cu aceeași deschidere ducem un arc de cerc

AD este perpendiculara din **A** pe dreapta **d**

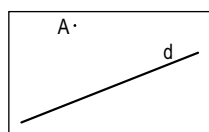
Cu o deschidere oarecare ducem din **A** un arc de cerc și notăm intersecțiile cu dreapta, **B** și **C**

Din **C** cu aceeași deschidere ducem un alt arc de cerc...și obținem punctul **D**

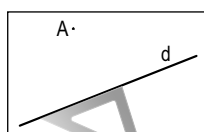
....sau...mai simplu...



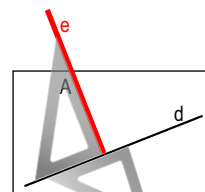
...o alta metoda dar mai puțin precisă este să folosim echerule



Punctul **A** și dreapta **d**



Sprijinim un echer pe dreaptă

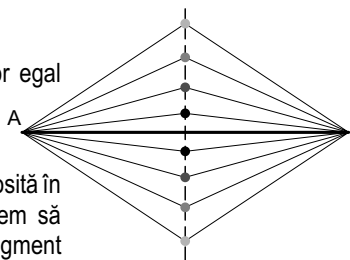


Sprijinim un alt echer peste primul în așa fel să atingă punctul **A** cu cealaltă catetă...și ducem perpendiculara **e** pe dreapta **d**

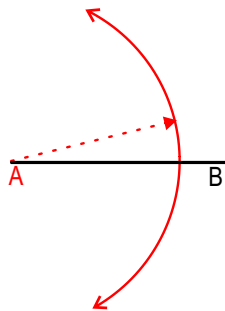
Mediatoarea unui segment

... este locul geometric al tuturor punctelor egal depărtate de capetele segmentului

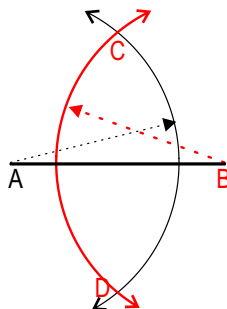
...Construcția este asemănătoare cu cea folosită în problema precedentă...așadar...ne propunem să ducem o perpendiculară pe mijlocul unui segment de dreapta **AB**



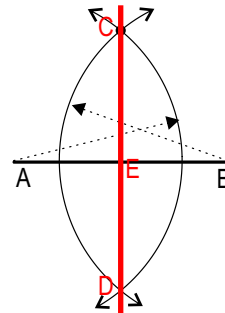
imaginația îmi spune că toate punctele cautate sunt de fapt vârfurile unor tringhiuri isoscele care au aceeași bază dar înălțimi diferite...dacă unim aceste vârfuri obținem o dreaptă



Cu o deschidere oarecare ducem din **A** un arc de cerc



Procedăm similar în **B** și cu aceeași deschidere ducem un arc de cerc ... obținem punctele **C** și **D**

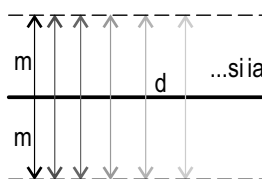


CD este perpendiculara pe **AB** și împarte segmentul în două părți egale **AE=EB**

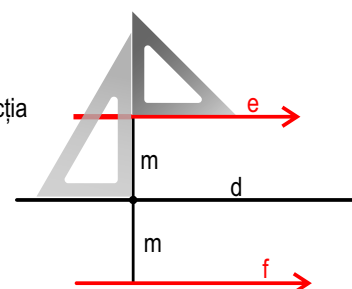
Drepte paralele...

Locul geometric al tuturor punctelor situate la o distanță **m** de o dreaptă **d** se compune din două drepte paralele **e** și **f** cu dreapta **d** și aflate la distanța **m** de dreapta **d**.

Putem să construim cele două drepte paralele cu compasul după metoda cunoscută deja din problemele anterioare dar cred că pentru eficacitate mai repede ar fi să folosim echerile



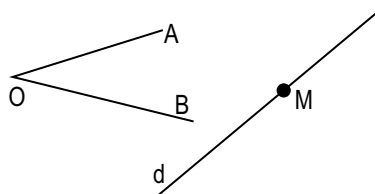
...și iată și construcția



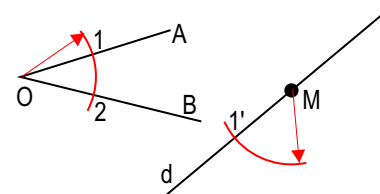
Mai sus am ilustrat modul în care se compun cele două drepte paralele...

Construirea unui unghi egal cu un unghi dat

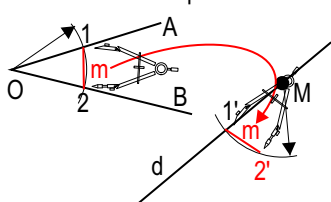
Se dă unghiul **AOB** Să se construiască pe dreapta **d** în punctul **M** un unghi egal cu **AOB**, **d** fiind una din laturile acestui unghi



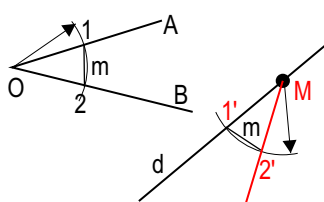
1 - Desenăm un unghi oarecare **AOB** și o dreaptă **d** pe care fixăm punctul **M**



2 - Cu o deschidere oarecare ducem un arc de cerc în **O** și apoi în **M**



3 - Coarda **m(1-2)** o purtăm cu compasul în **1'** și aflăm **2'**



4 - Unghiul **1'M2'** este egal cu **AOB** și **d** este una dintre laturi

Cred că după atâtea probleme rezolvate ați înțeles ce este un loc geometric ... dacă nu... cred că este un moment bun să renunțați

Mergem mai departe cu o noțiune nouă...

Omotetie

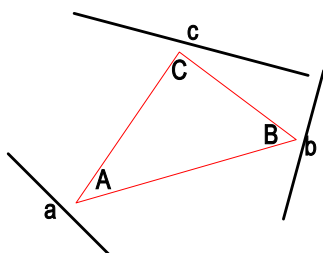
Cine e omotetia și ce vrea ea?...Omotetia este atunci când:..ăăă..ăă... (întrebați-l pe profu' de mate...sau citiți mai departe)

Prin omotetie se înțelege relația între două figuri asemenea, în care dreptele care unesc puncte omoloage se întâlnesc într-un singur punct ... (cam nasol...nu am înțeles nimic!).

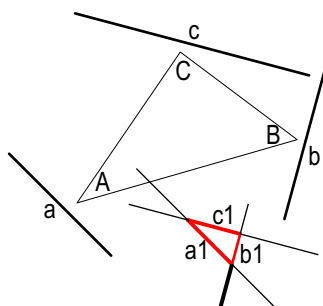
Pentru a defini această relație folosim termeni ca: figuri asemenea, puncte omoloage, raport de asemănare, centru de omotetie.întrebări?...bun nu sunt ...mergem mai departe....

Pentru a înțelege mai bine iată o problemă

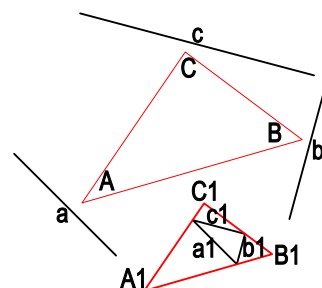
Într-un triunghi ABC înscrieți un alt triunghi abc , astfel încât laturile sale să fie paralele cu trei drepte date.



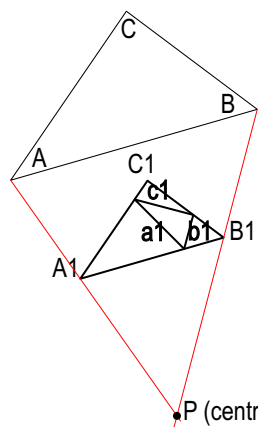
1 - Se dau triunghiul ABC și dreptele a, b, c ,



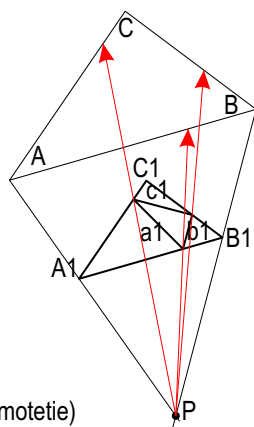
2 - La a, b, c ducem paralele într-un alt loc pe hârtie...obținem triunghiul a_1, b_1, c_1



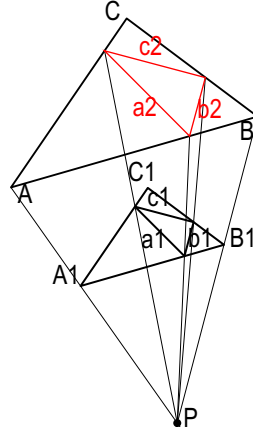
3 - Prin vârfurile triunghiului a_1, b_1, c_1 ducem paralele la triunghiul inițial și obținem triunghiul cu vârfurile A_1, B_1, C_1



4 - Unim două din vârfurile asemenea... A cu A_1 ...și... B cu B_1 ...și obținem centrul de omotetie... P



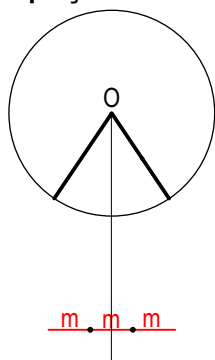
5 - Din P ducem drepte prin vârfurile triunghiului mic până intersectăm laturile omoloage ale triunghiului inițial



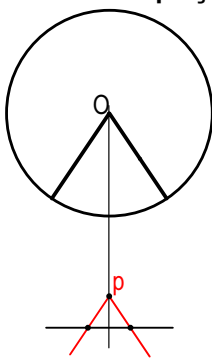
6 - Din P ducem drepte prin vârfurile triunghiului mic și până intersectăm laturile omoloage ale triunghiului inițial ...obținem triunghiul cautat a_2, b_2, c_2

După cum se vede am introdus un triunghi paralel cu direcțiile date (cel mic) într-un triunghi asemenea triunghiului inițial ... acum intervine omotetie... care spune că toate vârfurile asemenea sunt unite de drepte care sunt concurente într-un punct (centru de omotetie)

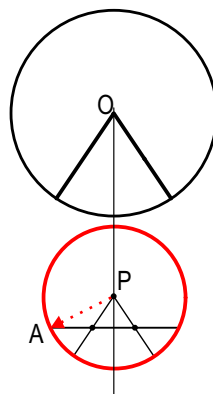
Se dau două raze într-un cerc. Duceți o coardă care să fie împărțită de cele două raze în trei părți egale.



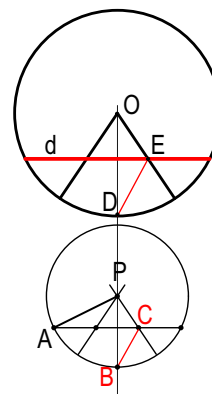
Poziționăm trei segmente m egale la o distanță oarecare de cerc



Prin cele două puncte care despart segmentele ducem paralele la razele cercului și obținem punctul P



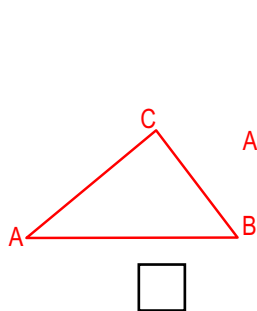
Cu AP raza ducem cercul cu centrul în P



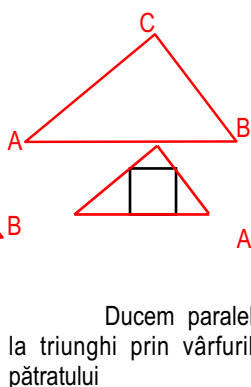
La BC ducem o paralelă prin d până întâlnește raza cercului în E . Prin E ducem secanta care este împărțită de cele două raze în trei părți egale

Construcția aceasta este un caz de omotetie ... și se putea rezolva așa...dar pentru că nu am avut destul spațiu (centrul de omotetie era destul de departe) am folosit asemanarea (am dus $BC \parallel DE$)

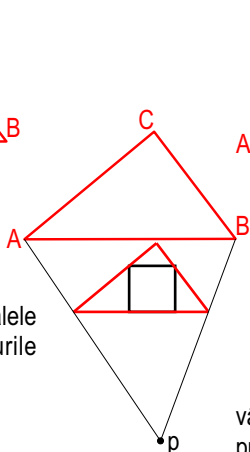
Într-un triunghi ABC înscrieți un pătrat



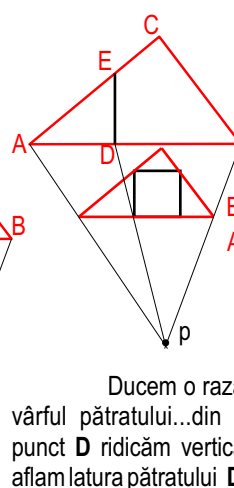
Construim un pătrat în apropierea triunghiului



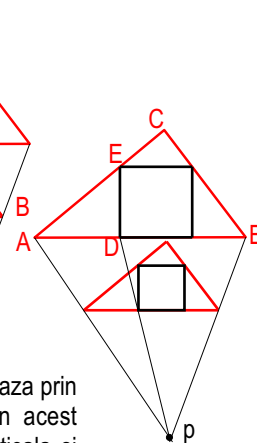
Ducem paralele la triunghi prin vârfurile pătratului



Unim vârfurile omoloage...două sunt suficiente...și aflăm centrul de omotetie... P

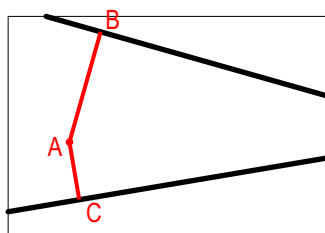


Ducem o rază prin vârful pătratului...din acest punct D ridicăm verticala și aflăm latura pătratului DE ...

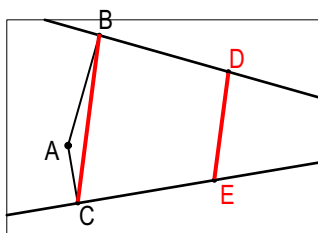


...iar din punctul E cu latura DE reconstruim pătratul în triunghiul inițial

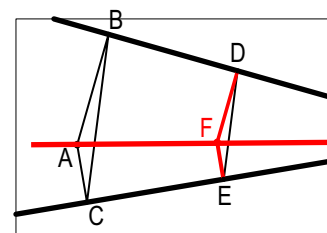
Trasarea unei drepte concurente printr-un punct (A) cu două drepte date, al căror punct de concurență este inaccesibil



Din A ducem perpendiculare pe cele două drepte B și C



La BC ducem o paralelă oriunde și avem punctele D și E



Din D și apoi din E ducem perpendiculare și obținem punctul F

AF este dreapta care trece prin A și este concurentă cu celelalte două

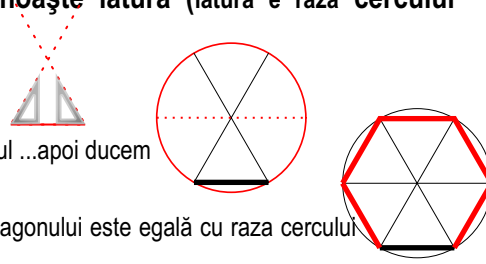
Este o problemă care se poate rezolva în mai multe feluri...l-am ales pe cel mai banal...

Construirea hexagonului regulat atunci când se cunoaște latura (latura e raza cercului circumscris!).

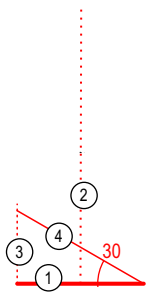
Pe latura hexagonului punem echerul ca în imagine și ducem două linii

Cu compasul în intersecția celor două linii construim cercul ...apoi ducem un diametru orizontal

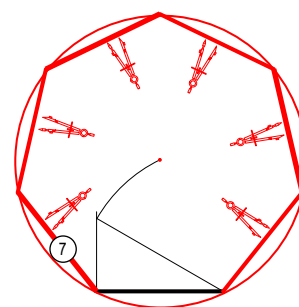
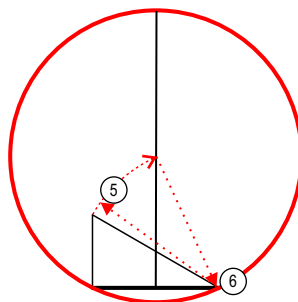
În final unim punctele de pe cerc...latura hexagonului este egală cu raza cercului circumscris



Construirea unui heptagon regulat atunci când se cunoaște latura.



construim în ordinea indicată

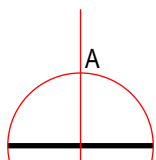


- 1 - latura heptagonului
- 2 - mediatoarea laturii
- 3 - ridicăm o verticală
- 4 - construim un unghi de 30°

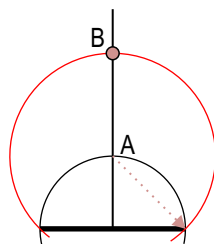
- 5 - arc de cerc... și la intersecția cu mediatoarea se află centrul cercului circumscris heptagonului
- 6 - construim cercul

- 7 - luăm în compas latura heptagonului și o purtăm pe cerc conturând poligonul

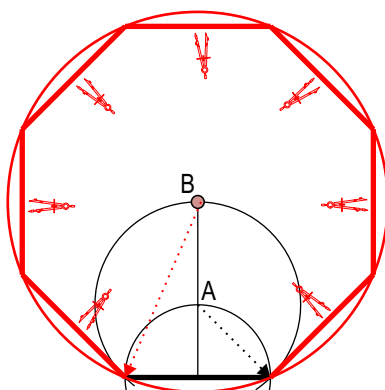
Construirea octogonului regulat atunci când se cunoaște latura.



Construim mediatoarea laturii și un cerc unde latura este diametru ...și marcăm punctul A



Cu compasul în A mai ducem un cerc...și marcăm punctul B

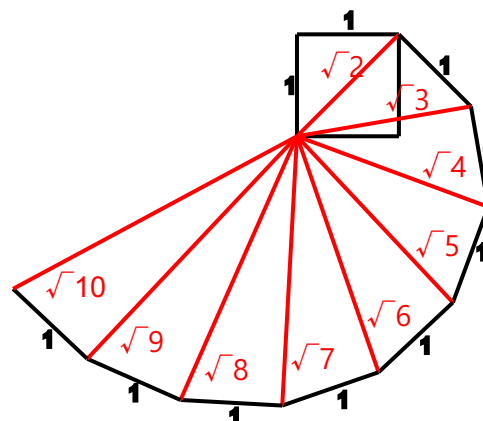


Punctul B este centrul cercului circumscris octogonului
Cu compasul purtăm latura pe cerc de încă 7 ori

Construirea rațională a segmentelor cu lungimi irrationale plecând de la unitate (1)

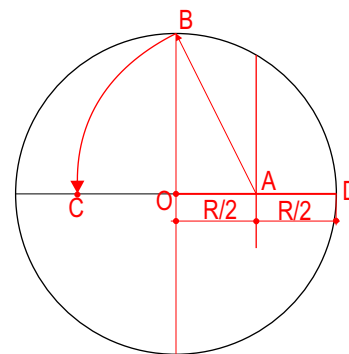
Construcții auxiliare de segmente de dreaptă aflate în rapoarte date.

Având un segment de lungime egală cu unitatea, se pot construi pe rând segmente egale cu $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{10}$ (sunt spectaculoase numerele acestea!)

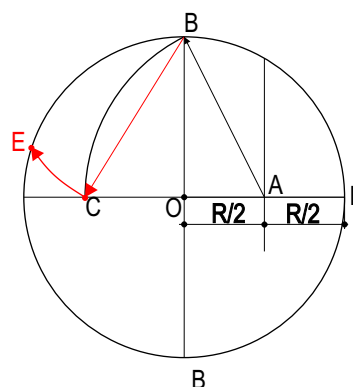


Înscrierea unui pentagon într-un cerc de rază dată.

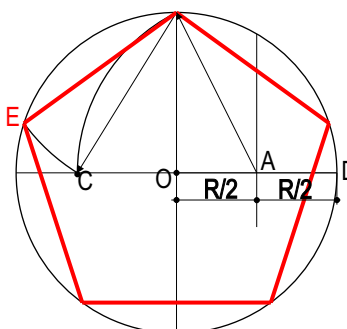
Împărțim OD în două părți egale și din punctul A ducem cu raza AB un arc de cerc... marcăm punctul C



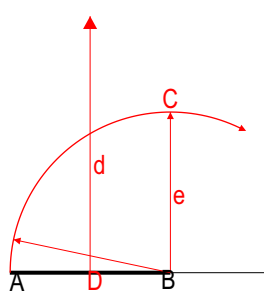
Cu centrul în B și cu raza BC ducem un arc pînă în punctul E



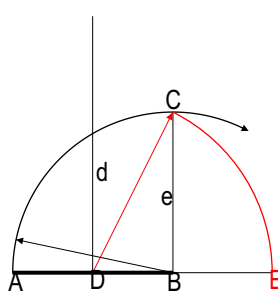
EB este latura pentagonului ... o purtăm cu compasul de încă patru ori pe cerc și conturăm pentagonul



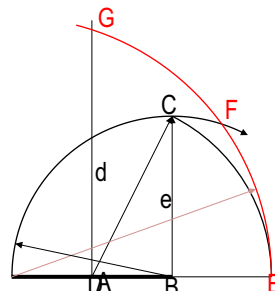
Construirea pentagonului regulat atunci când se cunoaște latura



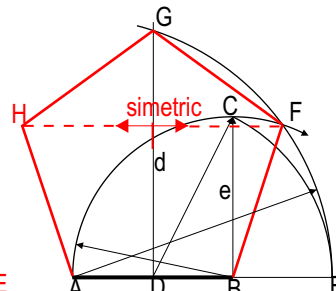
Împărțim AB în două părți egale și ducem mediatoarea d .
Cu centrul în B ducem cu raza AB un arc de cerc ... la intersecția cu verticala e din B avem punctul C



Cu centrul în D ducem cu raza DC un arc de cerc ... la intersecția cu prelungirea lui AB avem punctul E



Cu centrul în A ducem cu raza AC un arc de cerc ... la intersecția cu prelungirea arcului dus prin A și C găsim punctul F iar la intersecția cu d găsim punctul G



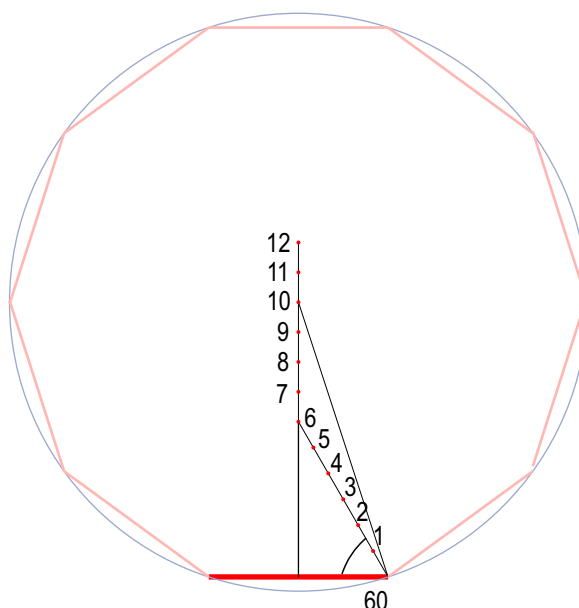
Unim B cu F și F cu G și avem jumătate de pentagon... pentru întregire construim simetricul lui F în raport cu D și aflăm și ultimul vârf H

Construirea unui poligon regulat cu oricâte laturi atunci când se cunoaște latura.(ex=10)

Construim un segment înclinat la 60° în raport cu latura (de fapt are lungimea laturii)

Segmentul se împarte în 6 și se poartă șesimea astfel obținută pe mediatoarea laturii - în punctul care marchează a zecea diviziune este centrul cercului circumscris decagonului

Construim cercul și portăm latura de încă 9 ori



Construirea unui heptagon regulat atunci când se cunoaște latura.

Construim un segment înclinat la 30° în raport cu latura...arc de cerc din imagine ...cred că imaginea este foarte sugestivă...ne ajută să găsim centrul cercului circumscris heptagonului cu latura m

